

Тупость и гений

А.АЛЕКСАНДРОВ

ОГЛЯНЕМСЯ ТЕПЕРЬ НА ИСТОРИЮ ПЯТОГО ПОСТУЛАТА Евклида. Лобачевский сказал о ней: «Напрасные старанья... в продолжение двух тысяч лет». Но какие старанья! Множество математиков расточает их, и каких математиков! Среди них знаменитейшие имена: попытки открываются, возможно, Архимедом, проходят через Омара Хайяма и подходят к завершению с Гауссом.

Попытки доказать пятый постулат были, как мы выяснили раньше, совершенно естественными. Но 2000 лет никто не догадывался, что доказательство невозможно. Никто не мог подумать, что возможна какая-то геометрия, отличная от привычной евклидовой. Ее неразрывная связь с нашим пространственным опытом и наглядным представлением, ее логическое совершенство и прозрачность, вековые традиции ее изучения и, можно сказать, исповедания – все это делало геометрию Евклида непререкаемой, как бы абсолютно необходимой, присущей и миру и разуму. Ее происхождение из практики затмевалось совершенством и ясностью ее логики. И дошло, наконец, до того, что в 1781 году великий философ Кант в своей «Критике чистого разума» счел геометрию априорной – независимой от опыта – и основал на этом вывод

об априорности самого пространства, которое для него не форма, присущая миру, а только форма нашего восприятия, форма «наглядного созерцания».

Гений

Но как раз в это же время из попыток доказать пятый постулат стали пробиваться первые проблески сомнений. Уже в 1766 году у Ламберта брезжит мысль, что отрицание пятого постулата «имеет место на какой-то мнимой сфере», что, может быть, странные выводы, к которым приводит это отрицание, – не бессмыслица. Напряжение нарастает. Кантовское «априори» распространяется в умах, особенно после второго издания его «Критики» в 1787 году.

Но труд Ламберта выходит в 1786 году. Затем из столь же упорных, как и безуспешных попыток доказать пятый постулат, в первой четверти XIX века прорастает, наконец, общая мысль о том, что, возможно, мыслима геометрия, отличная от евклидовой. Почти одновременно, хотя и с разной степенью определенности и ясности, эта идея появляется у нескольких человек – у Швейкарта, Тауринуса, Гаусса, Лобачевского и Больяйи.

Дойти до мысли, опровергающей привычное, может быть само по себе гениальным. Но это еще не наука, а только идея. Наука же требует претворения идеи в

Продолжение. Начало см. в «Кванте» №2.

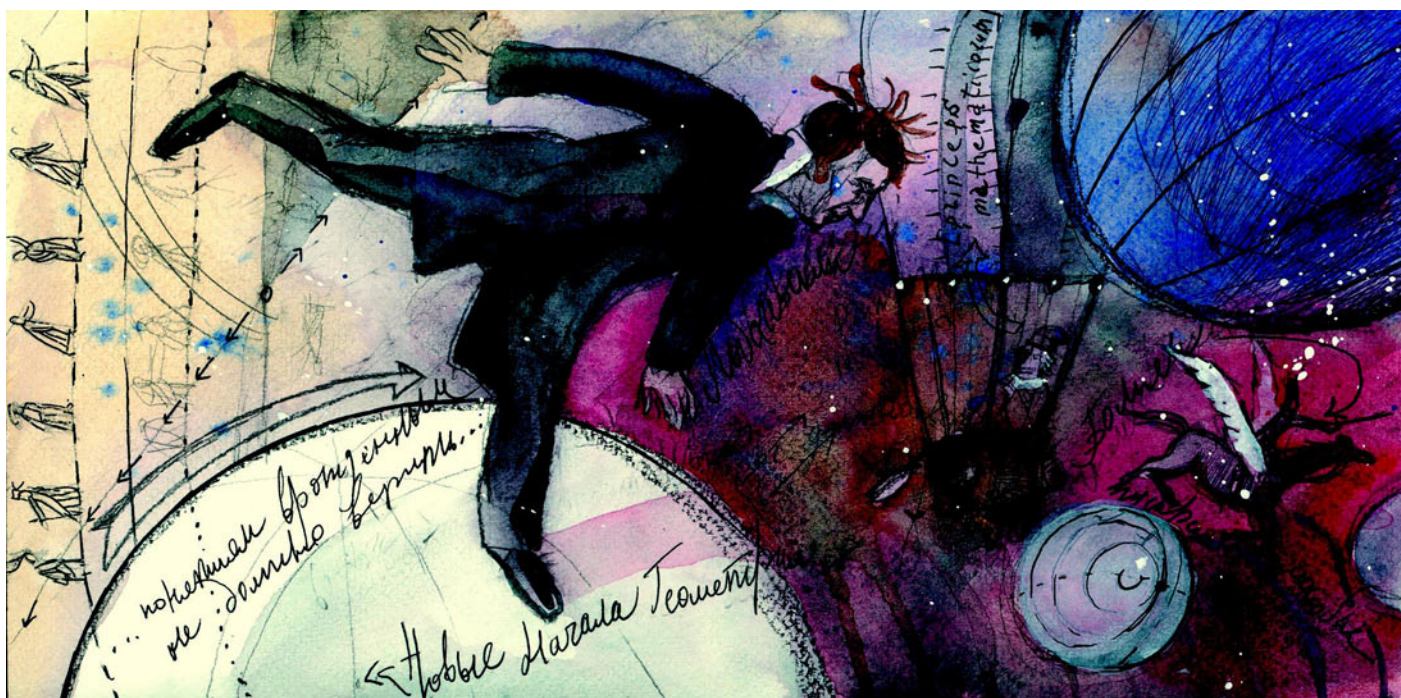


Иллюстрация Н.Суворовой

теории, как инженерия – претворения идеи в предмете, в осуществленном изобретении.

Гений – не только полет мысли, но также ее упорство – труд, приподнятый вдохновением, и вдохновение, подкрепленное трудом. Так, Коперник не только выразил мысль, что не Земля, а Солнце – в центре (мысль, кстати сказать, не новую: ее выразил еще в III века до н.э. Аристарх Самосский), но и построил «систему Коперника» – дал точное описание движения планет вокруг Солнца, согласное с наблюдениями. Точно так же Лобачевский не только выразил убеждение в возможности неевклидовой геометрии, но и построил эту геометрию. И как от Коперника пошло новое развитие астрономии, дошедшее до современного взгляда на Вселенную с множеством «миров» – планетных систем, галактик и пр., так от Лобачевского пошло новое развитие геометрии, приведшее к созданию множества разнообразных «геометрий», самых разных геометрических теорий «воображаемых» пространств – топологических, римановых, финслеровых, расслоенных... – «им же несть числа». Недаром, когда в 60–70 годы XIX века начал во всю силу разворачиваться этот пошедший с Лобачевского процесс преобразования геометрии, Лобачевский был назван «Коперником геометрии». Нельзя, конечно, забывать, что новую геометрию развил и обнародовал также Больяйи, но преимущество отдается Лобачевскому, потому что он сделал это раньше и потом еще существенно продолжил свои исследования и публикации.

Лобачевский утверждался в мысли о недоказуемости пятого постулата и о возможности неевклидовой геометрии, исходя из философских, теоретико-познавательных убеждений. Это выражено уже в приведенных ранее (в первой части статьи) его словах из предисловия к «Новым началам геометрии...». «Истина, которую хотели доказывать», т.е. пятый постулат, не заключается «в самих понятиях», а в применении к реальному пространству и подлежит проверке опытом, как физический закон. Этим отрицается кантовское «априори»: геометрия не независима от опыта, а подлежит проверке опытом.¹ В других сочинениях Лобачевский явно возражал против кантианства в общей форме, когда писал, например, что «понятия приобредаются опытом... врожденным не должно верить».

Кстати, это стоит заметить научным снобам, полагающим, будто ни им, ни науке вообще не нужно философское мышление. Все великие ученые от Ньютона и Галилея, если говорить лишь о новом времени, были философскими мыслителями. Без философии наука не развивается: проложение новых ее путей,

когда они не оформились, и есть философское движение мысли. Вопрос только в том – какая это философия, связывается ли она с точной логикой и фактами опыта или с пребывающими в безвоздушном пространстве общими фразами априорности и чистого спекулятивного мышления. Галилей, Ньютон, Лобачевский не только высказывали философские суждения, но и, отправляясь от общих убеждений, строили здания научных теорий – прочные основания целых обширных областей науки.

Появление неевклидовой геометрии было началом революционного преобразования геометрии. Но так же, что характерно для революции, вместе с назреванием ее сил росла и реакция. Именно тогда, когда открытие новой геометрии уже приближалось, появилась философия Канта с ее учением об априорности геометрии, о пространстве как априорной форме созерцания. Любая другая геометрия, кроме той, которая присуща этой форме созерцания, казалась немислимой. Лобачевский явно выступает против этих воззрений. Появление новой геометрии опровергает их и открывает неведомые, немислимые раньше пути развития науки – революция совершается.

Гений – это революция, революция – это гений в действии.

Тупость

Как история пятого постулата и неевклидовой геометрии демонстрирует человеческий гений, так демонстрирует она и неповоротливость ума, если избегать грубого слова «тупость».

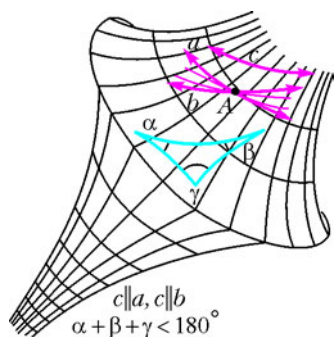
Начать с того, что множество попыток доказать пятый постулат было основано на ошибках. Авторам этих доказательств только казалось, что они нашли доказательство. Так было даже в начале XIX века. Только немногие понимали, что опираются на дополнительные предположения, равносильные пятому постулату, и явно их формулировали. Ошибки были психологически обусловлены тем, что автору очень хотелось пятый постулат доказать, отказ от него был невообразимым, а положение, принятое открыто, на которое автор опирался, казалось само собою очевидным и ускользало от того, чтобы его явно формулировать.

Очень характерен пример Саккери: при всей глубине и тонкости его выводов, относящихся к неевклидовой геометрии, он в конце все же заключает, что ему удалось «вырвать с корнем» гипотезу, отрицающую пятый постулат, и очистить Евклида от пятен. И Ламберт, далеко развивший неевклидову геометрию, только «почти» сделал вывод о ее выполнимости, и Гаусс мучительно долго «все более приходил» к убеждению о невозможности доказать пятый постулат.

Когда же неевклидова геометрия была открыта и обнародована и встал вопрос о ее реальном смысле, то тут несообразительность показала себя в полную силу.

Гаусс еще в 1827 году развил основы общей теории геометрии на поверхностях, в которой роль прямолинейных отрезков играют кратчайшие линии, расположенные на поверхности. У него был получен, в частности, вывод, что на некоторых поверхностях (поверхности

¹ Собственно говоря, слово «геометрия» должно пониматься двояко: как чисто математическая теория и как теория реальных пространственных отношений. В этом втором качестве она подлежит проверке опытом (современная физика доказала, что наше пространство не является точно евклидовым). Но от чисто математической теории самой по себе требуется логическая стройность прежде всего и обязательно непротиворечивость. В таком виде та или иная геометрия – это совокупность предложений, выводимых из принятых посылок. А какие она находит приложения – это ее сама по себе не затрагивает.



стях отрицательной кривизны) сумма углов треугольника (стороны которого кратчайшие линии) меньше 180° (см. рисунок). Он знал вместе с тем, что в неевклидовой геометрии верно то же. Но он не сопоставил эти два вывода, не догадался, что неевклидова геометрия должна осуществляться

на некоторых поверхностях. Если бы он додумался до этого, то доказательство не представляло бы для него, при его исключительной силе математика, особого труда (этот вывод был получен итальянским математиком Бельтрами только 40 лет спустя).

Вероятно, мысли Гаусса в неевклидовой геометрии, с одной стороны, и в теории поверхностей, с другой, шли как бы параллельно, не пересекаясь. Явление довольно обычное. Людям сплошь и рядом не приходит в голову сопоставить вещи, которые кажутся совершенно различными, но при ближайшем рассмотрении оказываются тесно связанными или даже совпадающими. Так бывает у одного человека, когда он знает обе «вещи», но не сопоставляет их. Так же бывает и в группе людей, когда одни знают одно, другие – другое, да не сопоставляют.

Именно так и было дальше с неевклидовой геометрией и геометрией на поверхностях постоянной отрицательной кривизны. Миндинг, найдя формулы тригонометрии на этих поверхностях, – а они такие же, как в геометрии Лобачевского, – не заметил этого, хотя работа Лобачевского была уже опубликована двумя годами раньше в том же журнале. Да и Лобачевский, который как геометр-профессионал мог бы прочитать работу Миндинга, не сделал этого сопоставления. Так путешественники, подошедшие к горному хребту или подплывшие к острову с разных сторон, могут не сообразить, что открыли одно и то же.

Работу Миндинга развил в 1857 году Кодацци, но и он не сообразил сопоставить свои выводы с неевклидовой геометрией. Да он, возможно, о ней и не знал, хотя часть работ Лобачевского была опубликована по-французски и по-немецки, а работа Больяйи еще в 1832 году вышла на латинском языке.

И только в 1868 году Бельтрами, отправляясь от работ Миндинга и Кодацци, делает, наконец, нужное сопоставление и подробно доказывает, что на поверхностях постоянной отрицательной кривизны выполняется геометрия Лобачевского.

В промежутке, в 1859 году, Кэли создает теорию расстояния, содержащую модель геометрии Лобачевского, но не понимает этого, так как не сопоставляет свою теорию с этой геометрией. Хотя позже, в 1861 году, он публикует работу по геометрии Лобачевского.

Только в 1871 году Клейн делает это сопоставление – приходит к той простой модели в круге, о которой мы рассказали вначале. Указанием на эту элементарную

модель решается вопрос о недоказуемости пятого постулата. Вот к чему, можно сказать, свелось то, над чем более 2000 лет бились умы математиков!

История неевклидовой геометрии показывает, с каким трудом люди доходят до вещей, которые, когда они наконец ухвачены и понятны, оказываются простыми, и как люди зачастую не понимают, что делают и что лежит у них под руками. Ни Гаусс, ни Лобачевский не поняли то, что было у них почти в руках.

В наше время все еще находятся люди, занимающиеся «доказательством» пятого постулата и осаждающие математиков этими своими «трудами». Но так как вопрос о пятом постулате решен и решение это с помощью модели в круге нетрудно понять каждому, названные «доказательства» и «труды» относятся уже не к неповоротливости ума, а к глупости или даже к сфере медицины. Глупость – это совсем не то, что тупость – неповоротливость ума; напротив, у дурака может быть «легкость в мыслях необыкновенная», ум его может поворачиваться с головокружительной быстротой, да без толку. Это не имеет никакого отношения к той неповоротливости ума, свойственной даже гениям, которую так ярко показывает трудная история пятого постулата и неевклидовой геометрии.

Характер

Гаусс, Больяйи, Лобачевский – три математика, открывших неевклидову геометрию. Три человека – три характера.

Фридрих Гаусс – математик чрезвычайной силы, о котором говорят «великий Гаусс», «*princeps mathematicorum*» (т.е. король математиков), «старшина математиков». Но Гауссу при всей его математической силе была свойственна интеллектуальная осторожность, нерешительность, которая проявилась, в частности, в том, что он более 30 лет занимался теорией параллельных, прежде чем решился выразить даже самому себе и в частных письмах твердое убеждение в правомерности неевклидовой геометрии. Дальше следовала уже иная осторожность – трусость, которая не дала ему выступить со своими выводами.

Полной противоположностью Гауссу предстает перед нами Янош Больяйи – самый молодой из трех: когда он додумался до неевклидовой геометрии, ему было всего 23 года (соответственно, Гауссу – 47, Лобачевскому – 31). Лобачевский выступает публично в 32 года, Больяйи – в 30, Гаусс – никогда. Работа Больяйи по неевклидовой геометрии написана блестяще, разве что уж слишком кратко. Блеск его таланта соответствовал остальным чертам его пылкой природы. Он был гусарский офицер, один из знаменитых венгерских гусаров, дуэлянт. Как-то ему пришлось встретиться в дуэли на шпагах с несколькими противниками; схватки следовали одна за другой, и он оговорил себе право в перерывах играть на скрипке, чтобы восстановить гибкость кисти. Он приколол (не до смерти) всех своих противников.

Но гусарское самолюбие погубило Больяйи. Не тем, что его самого убили на дуэли, а тем, что это самолюбие распространилось у него в область математики.

Гаусс прислал его отцу, своему старому знакомому, положительный отзыв о работе Яноша, написав, что очень хвалить его достижения не может, так как этим он хвалил бы сам себя, потому что те же результаты известны ему давно. Янош же решил, что Гаусс попросту присвоил себе его открытия. Позже, когда появился немецкий перевод одной из книг Лобачевского, он решил, что под псевдонимом Лобачевского скрывается Гаусс, укравший его, Больяйи, результаты. Кроме открытия неевклидовой геометрии, Больяйи выполнил еще одну работу по математике, где содержались идеи, опережавшие его время, но не достаточно тщательно оформленную. В последние годы жизни сознание его помрачилось. Он умер в 1860 году, на 58 году жизни.

Лобачевский решительно отличался от Гаусса и от Больяйи, соединяя смелость с упорством и основательностью, силу теоретической мысли с силой воли. Его открытие не встретило признания, его считали даже немного сумасшедшим, как говорил о нем, например, Чернышевский. Признание, идущее от Гаусса, пришло позднее. Но Лобачевский не смущался и продолжал свои «сумасшедшие» исследования по «сумасшедшей» геометрии, публикуя вслед за первой обширной работой следующие. Ослепнув к старости, свою последнюю книгу «Пангеометрия» он диктовал.

Деятельность Лобачевского была не только научной: 18 лет он был ректором Казанского университета, проявив на этом посту выдающуюся энергию, административное умение и понимание задач воспитания юношества. Его энергичная и умелая деятельность в тяжелое время холерной эпидемии 1835 года может показаться даже странной у человека, который занимался воображаемой геометрией, одной из абстрактнейших областей абстрактнейшей из наук – математики. Но, может быть, этому не следует особенно удивляться. Воля, необходимая для решительных действий в трудных условиях, также необходима для того, чтобы развить и отстаивать научные убеждения и истину вопреки всему.

Талант, гений – это не только специальные способности, но и характер. Как Магеллану и Нансену была нужна решимость, чтобы отправиться в неизведанное плавание, так теоретику нужна интеллектуальная решимость, чтобы подумать «невероятное» и развивать его вопреки не только устоявшимся взглядам и традициям, но нередко и вопреки собственным сомнениям. Но мало убедиться в своих идеях для самого себя – их нужно передать другим людям. А это тоже может требовать решимости, потому что люди могут не понять, отбросить и даже подвергнуть насмешкам и поруганию новые идеи и выводы. Это могут сделать в первую очередь свои же коллеги-ученые, убежденные в незыблемости своих взглядов в своей академической непогрешимости, мещане в академических креслах и на профессорских кафедрах.

В недавнее время, да возможно и по сию пору, с легкой руки Бертольда Брехта принято было поносить Галилея за предательство истины – за то, что он отрекся от своих научных убеждений. То, что отречься

от истины дурно, едва ли нуждается в особых объяснениях. Но в момент суда инквизиции Галилей был 68-летним стариком, через 3 года он ослеп, а ему грозили пыткой, заточением, перед ним стоял образ сожженного на костре Джордано Бруно. Остановитесь, читатель, и постарайтесь представить себе, что это вас жгут на костре или вздергивают на дыбе. После этого мы продолжим разговор о верности истине – о ней так легко рассуждать, когда вам не грозят ни костер, ни пытки, ни заточение.

В действительности Галилей хотя и отрекся словесно, но истины не предал. Ослепший старец, узник инквизиции, он диктует свое главное научное сочинение и издает его за границей – в Голландии. Галилей исполнил свой долг ученого. По-видимому, на самом деле он не сказал инквизиторам знаменитые слова: «А все-таки она вертится!» Однако он сказал то же, хотя и менее эффектно, но более весомо – своим научным трудом, своей книгой, написанной после суда инквизиции. Поэтому легенда, приписывающая ему те слова, справедлива по существу. Поэтому правильно он остался в памяти народа верным истине, верным своим научным убеждениям.

Но Гауссу ничего не грозило, кроме разве нелестных суждений коллег, а он скрыл свои научные убеждения, скрыл истину. Он поступил мудро с точки зрения мещанства, одинаково прошлого или современного, подвизающегося в науке или всякого другого.

Охотно морализируя по поводу «отречения» Галилея или тех, кто когда-то «каялся в грехах менделизма-морганизма», мещанин будет делать все, чтобы «не испортить отношения» с кем следует. Он не будет ни отречься, ни каяться. Потому что ему не от чего отречься и не в чем каяться. У него все в порядке, все как полагается.

Этот конформизм, этот подлый дух приспособленчества противен настоящей науке, потому что она требует готовности подвергнуть сомнению и пересмотреть любые научные взгляды, научные положения, как бы ни казались они прочно установленными. Она требует дерзости мысли и дерзости в том, чтобы открыто выступить с дерзкой мыслью, как это было с открытием неевклидовой геометрии.

Но история пятого постулата и неевклидовой геометрии показывает также, с каким трудом люди, даже дерзко мыслящие, доходят до истин, которые, когда они уже открыты, оказываются простыми. Эта история показывает, насколько неповоротливой бывает мысль самых выдающихся ученых. Поэтому с дерзостью мысли они соединяют скромность в оценке своих достижений.

Дерзость в достижениях и скромность в их оценке, глубокое понимание того, что достигнутое – только капля в океане недостигнутого и непознанного, этому, вместе с законами и теориями, тоже можно учиться у великих ученых, у истории науки.